

RELACIÓN ENTRE LA FUERZA DE TENSIÓN Y AFINACIÓN, APLICADA A UNA CUERDA DE GUITARRA.

Autor: Samuel DIZ SIERPES
Profesor-Titor: Alejandro FRANCISCO DA ROCHA

ÍNDICE:

1. Introducción	2
2. Metodología	3
3. Resultados	5
4. Conclusiones	6
5. Anexo gráfico	7
6. Bibliografía	8

RELACIÓN ENTRE LA FUERZA DE TENSIÓN Y AFINACIÓN, APLICADA A UNA CUERDA DE GUITARRA

1.-INTRODUCCIÓN

Nuestro objetivo es relacionar la fuerza de tensión que se ejerce sobre una cuerda de guitarra con su afinación en las diferentes notas musicales, utilizando para ello instrumentos y materiales ordinarios (no específicos de laboratorio de física).

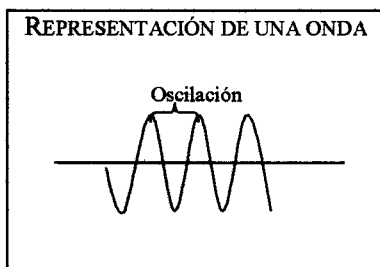
Sabemos que el sonido se propaga en forma de onda, por lo que con los conocimientos sobre "movimiento ondulatorio" que manejamos en 4º de la ESO, podemos hacer un estudio de este. Recordamos a continuación unos conceptos básicos necesarios para entender la experiencia realizada:

Oscilación: Recorrido de la onda desde un punto hasta el siguiente cuya posición sea idéntica al de partida.

Longitud de onda (λ): distancia que recorre una onda durante una oscilación (metros).

Período (T): tiempo que tarda una onda en realizar una oscilación (segundos).

Frecuencia (f): número de oscilaciones por segundo (Hertzios = Hz). Magnitud inversa al Período y usada en los estudios sobre el sonido.



Sabiendo que a cada una de las siete notas musicales le corresponde una determinada frecuencia (ver anexo gráfico.- tabla 1), podemos manejar las siete notas musicales como siete frecuencias (Ejemplo.- La nota MI corresponde con la frecuencia 333 Hz).

En la bibliografía correspondiente encontramos la fórmula que relaciona la frecuencia (f), con la fuerza (F) y en la que podemos mantener como constante todas las demás variables, llegando a la siguiente expresión simplificada, donde agrupamos en K' a todas las variables que hacemos constantes.

$$f = \frac{K}{2 L r} \sqrt{\frac{F}{\pi \delta}}$$

$$f = K' \sqrt{F}$$

f = frecuencia

K = constante referida al tipo de onda (=1)

L = longitud de la cuerda

r = radio de la cuerda

F = fuerza de tensión aplicada a la cuerda

δ = densidad de la cuerda

K' = constante que agrupa a todas las variables fijadas.

Llegado a este punto, si experimentalmente medimos las frecuencias (f) producidas por el sonido de la cuerda cuando se le aplican diferentes fuerzas (F), y representamos estos datos en un eje de coordenadas, **obtendremos una recta**, siempre que situemos en el eje de ordenadas f y en el de abscisas \sqrt{F} , ya que de este modo la fórmula responderá a la ecuación de una recta ($y = a x$), donde y sería igual a f , a sería igual a K' y x sería igual a \sqrt{F} .

2.- METODOLOGÍA

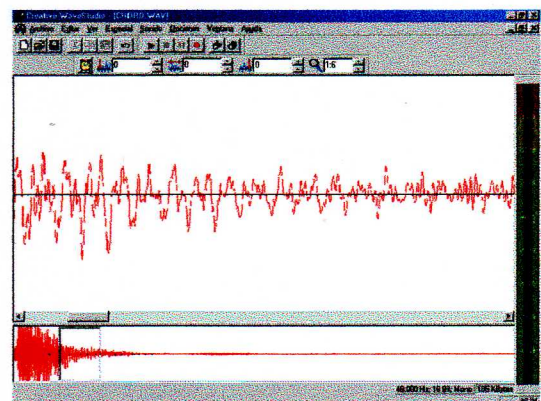
Los datos experimentales que queremos medir, como ya se indicó anteriormente, son la **fuerza (F)** de tensión a la que sometemos la cuerda y la **frecuencia (f)** de su sonido.

La fuerza (F) la calculamos aplicándole a la cuerda de guitarra una masa conocida, que multiplicada por 9,8 N/kg, obtenemos los **Newtons de fuerza** a la que se está sometiendo dicha cuerda.

Por otro lado, para calcular la frecuencia (f) tendremos que transformar el sonido emitido por la cuerda, en la representación gráfica de su onda, y en ella medir los segundos que tarda en producirse una oscilación. Con esto obtendremos el período, a partir del cual ($1/\text{período}$), calculamos la **frecuencia en Hertzios**. (Ver anexo gráfico.- Ilustración 3 y 4).

Como modelo utilizamos la propia guitarra (Ver Anexo gráfico.- Ilustración 1). Para obtener los datos experimentales, escogimos "la 1ª cuerda", que es la más fina y fabricada en nylon, con lo que el factor de rozamiento de esta sobre la estructura de la guitarra se aminoraba al máximo. Apoyamos el mástil sobre un punto externo y dejamos el extremo en el que se anclan las cuerdas sobresaliendo sobre una mesa, que tendrá la altura suficiente para poder colgar de la cuerda elegida una bolsa de plástico, que portará los diferentes objetos previamente pesados (botellas de agua mineral de 1,5 l = 1,5 kg, de 0,5 l = 0,5 kg, y pesas de 200 g). Conocida la masa aplicada a la cuerda, podemos transformarla en fuerza.

El sonido emitido por la guitarra lo gravamos en un ordenador. Para ello utilizamos el micrófono y el programa CREATIVE SOUNDBLASTER WAVESTUDIO. Este *software*, instalado en todos los ordenadores domésticos, nos representa la onda descrita por un sonido, y nos permite medir los milisegundos que tarda en



Ventana de Creative SoundBlaster WaveStudio

producirse una oscilación, a partir de los cuales obtenemos la frecuencia (Ver anexo gráfico.- Ilustración 4).

Partimos de 7,5 kg de masa aplicada a la cuerda, teniendo en cuenta, en todos los casos la masa de la bolsa, el enganche y los porta pesas (todo=36 g). A continuación producíamos un sonido con dicha cuerda que era gravado y transformado gráficamente en el ordenador. Con los datos obtenidos de las veinticuatro mediciones, resultante de añadir 200 g de cada vez hasta alcanzar los 12 kg, y realizando los cálculos explicados anteriormente, obtuvimos la tabla de datos que se muestra en el apartado de RESULTADOS.

MÍNIMO ERROR EXPERIMENTAL: Queremos resaltar que en el desarrollo de la experiencia logramos hacerlo casi inapreciable gracias a las siguientes decisiones.

1. **Elección de la 1ª cuerda:** su material (nylon) y su mínimo grosor (menos superficie de contacto) hace que ejerza menos rozamiento.
2. **Uso de lubricante:** jabón líquido sobre los puntos de contacto para minimizar el rozamiento.
3. **Comprobación de las masas aplicadas:** en cada repetición de la experiencia se pesaban las botellas (Ver anexo gráfico.- Ilustración 2).
4. **Medición de 40 oscilaciones:** en la representación gráfica de la onda medimos cuarenta oscilaciones y las dividimos entre dicho número, obteniendo el tiempo de una oscilación, pero con menos posibilidad de error. (Ver anexo gráfico.- Ilustración 4)
5. **Homogenización en el experimento y experimentador:** Los datos fueron tomados bajo las mismas condiciones experimentales, que fueron anotadas tras una secuencia de pruebas, para poder aplicarlas en todas las repeticiones.

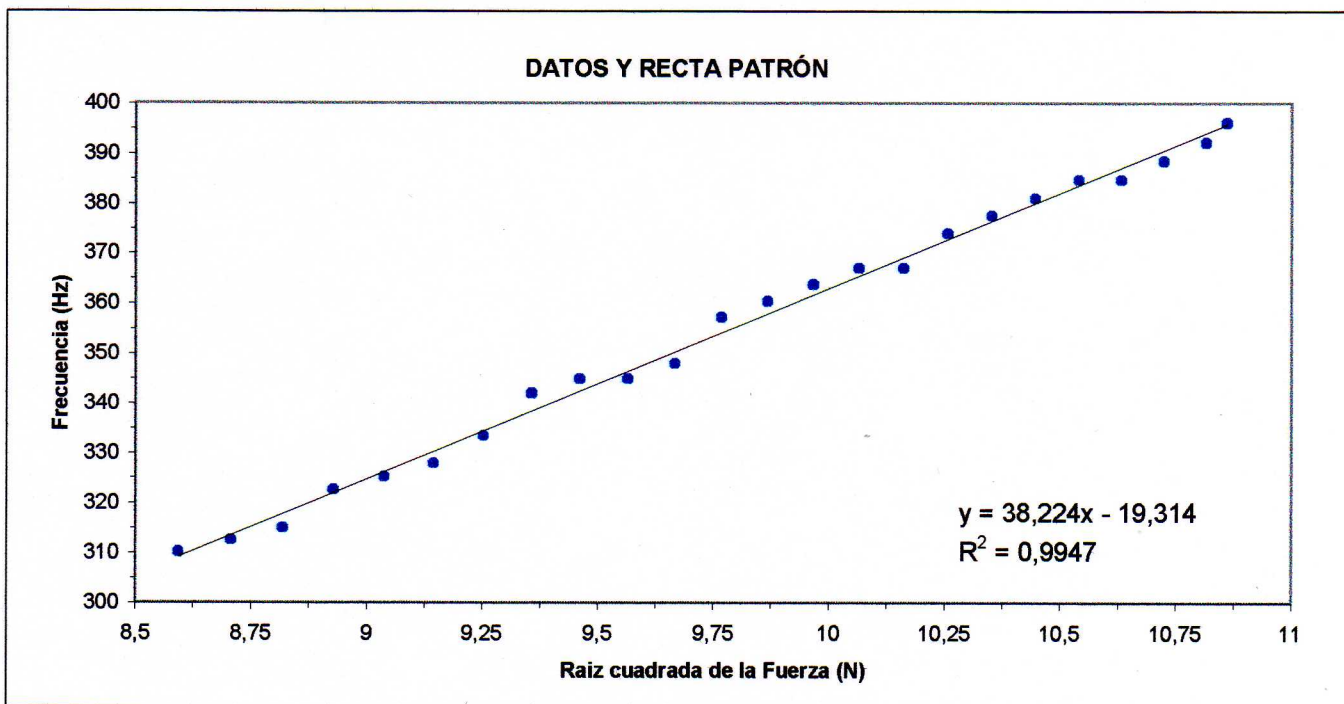
El único factor que introduce error, previamente minimizado, es el rozamiento, imposible de eliminar totalmente.

3.- RESULTADOS

Datos medidos experimentalmente: rojo

Datos calculados y representados en la gráfica: azul

número de muestra	Masa (kg) [pesas aplicadas a la cuerda]	Masa' (kg) [pesas y enganches aplicados]	Fuerza (N) [masa' · 9,8 N/kg]	Raiz cuadrada de la Fuerza	Tiempo (ms) ,,, total de las oscilaciones medidas.	número de oscilaciones medidas	Período (s) [tiempo en s que dura una oscilación]	Frecuencia (Hz) [número de oscilaciones por segundo]
1	7,5	7,536	73,8528	8,593765182	129	40	0,003225	310,0775194
2	7,7	7,736	75,8128	8,707054611	128	40	0,0032	312,5
3	7,9	7,936	77,7728	8,818888819	127	40	0,003175	314,9606299
4	8,1	8,136	79,7328	8,929322483	124	40	0,0031	322,5806452
5	8,3	8,336	81,6928	9,038406939	123	40	0,003075	325,203252
6	8,5	8,536	83,6528	9,146190464	122	40	0,00305	327,8688525
7	8,7	8,736	85,6128	9,252718519	120	40	0,003	333,3333333
8	8,9	8,936	87,5728	9,358033982	117	40	0,002925	341,8803419
9	9,1	9,136	89,5328	9,462177339	116	40	0,0029	344,8275862
10	9,3	9,336	91,4928	9,565186877	116	40	0,0029	344,8275862
11	9,5	9,536	93,4528	9,667098841	115	40	0,002875	347,826087
12	9,7	9,736	95,4128	9,767947584	112	40	0,0028	357,1428571
13	9,9	9,936	97,3728	9,867765705	111	40	0,002775	360,3603604
14	10,1	10,136	99,3328	9,966584169	110	40	0,00275	363,6363636
15	10,3	10,336	101,2928	10,06443242	109	40	0,002725	366,9724771
16	10,5	10,536	103,2528	10,16133849	109	40	0,002725	366,9724771
17	10,7	10,736	105,2128	10,25732909	107	40	0,002675	373,8317757
18	10,9	10,936	107,1728	10,35242967	106	40	0,00265	377,3584906
19	11,1	11,136	109,1328	10,44666454	105	40	0,002625	380,952381
20	11,3	11,336	111,0928	10,54005693	104	40	0,0026	384,6153846
21	11,5	11,536	113,0528	10,63262903	104	40	0,0026	384,6153846
22	11,7	11,736	115,0128	10,72440208	103	40	0,002575	388,3495146
23	11,9	11,936	116,9728	10,81539643	102	40	0,00255	392,1568627
24	12	12,036	117,9528	10,86060772	101	40	0,002525	396,039604



Junto a la representación gráfica añadimos la recta patrón que satisface a los puntos obtenidos. Este sencillo estudio estadístico (Microsoft Excel: opción "recta de tendencia") se utiliza en toda experimentación para ajustar los resultados a una situación ideal.

A la vez que obtenemos esta recta, también se ofrecen dos datos más:

- a) Coefficiente R^2 : representa, multiplicado por cien, el grado de fiabilidad de dicha aproximación. En nuestro caso es un 99,47 %.
- b) Ecuación de la recta: que nos sirve para calcular cualquier punto sin tener que hacerlo sobre la representación gráfica. En nuestro caso es $y = 38,224x - 19,314$; donde $y = \text{frecuencia}$, $x = \sqrt{\text{Fuerza}}$

4.- CONCLUSIÓN

Existe una relación entre la fuerza de tensión aplicada a la cuerda y la afinación en las diferentes notas musicales de la misma. Esa relación responde a la representación gráfica del apartado 3 y a la ecuación siguiente:

$$\text{Frecuencia} = 38,224 \sqrt{\text{Fuerza}} - 19,314$$

El coeficiente 38,224, corresponde a todas las variables que en nuestro caso mantuvimos constantes ($L =$ longitud de la cuerda, $\delta =$ densidad de la cuerda, $r =$ radio de la cuerda, $K =$ constante referida al tipo de onda).

Aplicando esta fórmula, y suponiendo que la resistencia a la rotura de la cuerda es elevadísima, la relación entre la fuerza aplicada (transformada en masa) y las siete notas musicales básicas sería la siguiente:

Nota Musical	DO	RE	MI	FA	SOL	LA	SI
Frecuencia (Hz)	266	300	333	355	396	440	500
Fuerza de Tensión (N)	55,72	69,79	84,95	95,9	118,05	144,39	184,58
Masa (kg)	5,69	7,12	8,67	9,79	12,05	14,73	18,83

Ejemplo práctico:

Para afinar la 1ª cuerda de la guitarra, que se hace en MI (corresponde con 333 Hz), ¿Qué tensión aplicaríamos a la cuerda?

$$333 = 38,224 \sqrt{\text{Fuerza}} - 19,314$$

→ despejamos la Fuerza: **F = 84,95 Newtons**

Para hacer sonar la nota establecida, tendríamos que aplicar sobre la cuerda una fuerza de **84,95 Newtons**. Si queremos saber la masa necesaria, que tendríamos que colgar de la cuerda para obtener este resultado, dividiremos entre 9,8 N/kg, de lo que se obtienen **8,67 kg**.

5.- ANEXO GRÁFICO

DO	RE	MI	FA	SOL	LA	SI
266	300	333	355	396	440	500

Tabla 1: Frecuencias, en Hertizios, correspondientes a las sietes notas musicales básicas.



Ilustración 1: Cuerda con peso colgante y micrófono.



Ilustración 2: Control de la masa de las botellas.

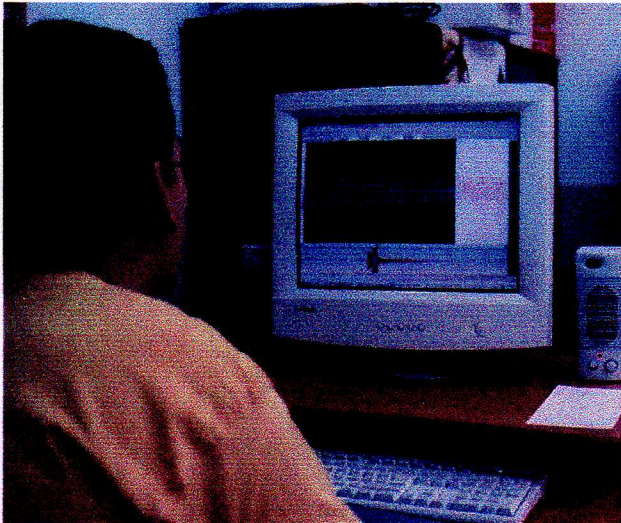


Ilustración 3: Toma de datos sonoros en el ordenador

Tiempo: 91 ms
 Oscilaciones medidas: 40
 $91/40 = 2,275 \text{ ms}$ Periodo
 $2,275 \text{ ms} / 1000 = 0,002275 \text{ s}$
 $1/0.002275 = 439,56 \text{ Hz}$ Frecuencia

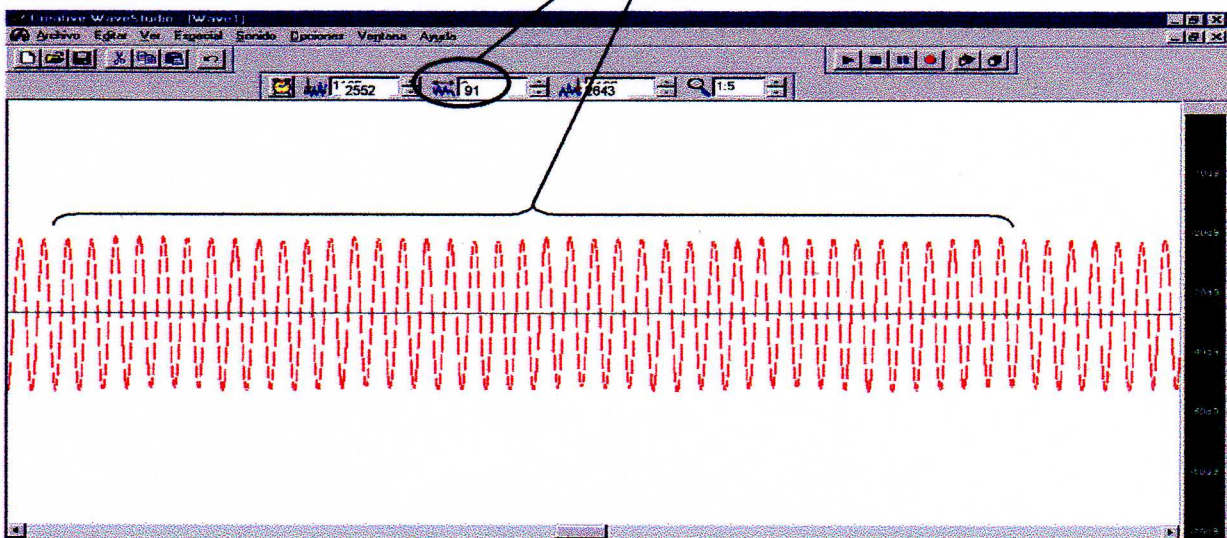


Ilustración 4: Cálculos realizados para determinar la frecuencia en Hz en una de las ondas sonoras

6.- BIBLIOGRAFÍA

- M^a Victoria A. Serrano et Col. FÍSICA E QUÍMICA - 3º ESO. Ed.- Santillana
- Burbano de Ercilla; MANUAL DE FÍSICA GENERAL; ED.- PARANINFO

Sinceros agradecimientos a ENRIQUE SOLLEIRO por su generosa, intensa, e imprescindible colaboración, en la realización de esta experiencia.